MÔ HÌNH TỐI ƯU TRONG BÀI TOÁN VẬN TẢI ĐƯỜNG BIỂN

ECONOMIC OPTIMIZATION MODELS FOR MARITIME TRANSPORT

NGUYỄN THỊ ĐỖ HẠNH

Khoa Cơ sở Cơ bản, Trường Đại học Hàng hải Việt Nam

**Email liên hệ: nguyen.dohanh@vimaru.edu.vn*

Tóm tắt

Bài báo đưa ra hai mô hình kinh tế có liên quan đến bài toán tối ưu. Mô hình thứ nhất thể hiện nền kinh tế có sản xuất và có tính đến thời gian vận chuyển hàng hóa. Điều kiện Karush-Kuhn-Tucker và hệ số Lagrange là công cụ chính để chứng minh bài toán có nghiệm duy nhất và mô tả các kết quả tính toán cụ thể. Mô hình thứ hai đề cập đến vấn đề tối thiểu hóa chi phí khi vận chuyển container đường biển. Phương pháp giải quyết ở phần này là dùng phần mềm mô phỏng R cho bài toán tối ưu tuyến tính.

Từ khóa: *Tối ưu, thời gian, vận chuyển container.*

Abstract

This article considers two economic optimization models for maritime tranport. Section 2 illustrates an economic with production and transportation which takes time. The Karush-Kuhn-Tucker approach and Lagrange multipliers are the key methods to demonstrate that model has unique solution and to derive some comparative static results. Section 3 gives an optimization model of container transport. The problems are solving by R simulation software for linear programming.

Keywords: *Optimization, time, container transport.*

1. Mở đầu

Lý thuyết tối ưu là một công cụ rất mạnh để giải các bài toán về kinh tế nói chung và kinh tế vận tải biển nói riêng, khi mà vấn đề luôn đặt ra là tối đa hóa lợi nhuận, tối thiểu hóa chi phí.

Các mô hình kinh tế cổ điển thường được thể hiện với giả thiết là việc tiêu dùng xảy ra "ngay lập tức", nghĩa là không tính đến yếu tố thời gian cần thiết để chuyển hóa các loại hàng thành một sản phẩm có thể sử dụng được. Điều này nói chung không hoàn toàn đúng trong thực tế. Đặc biệt trong lĩnh vực kinh tế vận tải, thời gian là một yếu tố quan trọng ảnh hưởng đến quyết định lựa chọn phương án đầu tư và lợi nhuận của doanh nghiệp.

Do đó trong bài báo này, tác giả xây dựng mô hình nền kinh tế có sản xuất và có tính đến thời gian vận chuyển hàng hóa. Lời giải bài toán được thực hiện bởi toán học lý thuyết, sử dụng điều kiện Karush-Kuhn-Tucker và hệ số Lagrange làm công cụ chính. Đây là kết quả mới so với các mô hình cổ điển thường là không có tính đến yếu tố thời gian.

Mặt khác, nhìn trên khía cạnh ứng dụng của bài toán tối ưu trong kinh tế vận tải biển, phần tiếp theo của bài báo đề cập đến mô hình vận chuyển container đường biển, liên quan đến bài toán tối ưu tuyến tính. Với nhận xét rằng bài toán tối ưu tuyến tính dạng này đã được giải quyết khá trọn vẹn trong lý thuyết toán học với đầy đủ các kết quả về sự tồn tại và duy nhất nghiệm, do đó nội dung trong bài báo này là một tiếp cận với số liệu cụ thể. Sau khi xây dựng mô hình, lời giải cụ thể được tìm bằng cách sử dụng phần mềm R - một công cụ rất hữu hiệu để phân tích mô phỏng bài toán kinh tế.

2. Bài toán tối ưu lợi nhuận của doanh nghiệp có tính đến yếu tố thời gian

Trong phần sau đây, tác giả xây dựng một mô hình kinh tế với hàm sản xuất dạng Cobb-Douglas và hàm lợi ích dạng logarit. Điểm mới của mô hình là đưa thêm các biến thời gian, đặc trưng cho việc vận chuyển hàng hóa từ sản xuất đến người tiêu dùng.

Trong mô hình cổ điển, các yếu tố đầu vào của hàm Cobb-Douglas thường là hai yếu tố: vốn và lao động với các hệ số co giãn lần lượt là α và $1-\alpha$ (trường hợp lợi tức không đổi theo quy mô). Trong mô hình dưới đây, lao động được nhìn dưới khía cạnh "thời gian lao động" và được tính theo đơn vị thời gian. Tức là để đóng góp vào sản lượng thì cần có vốn (với tỷ lệ đóng góp là α) và thời gian lao động (tỷ lệ đóng góp là $1-\alpha$).

Hơn nữa trong mô hình cũng đưa thêm một ràng buộc về thời gian bên cạnh ràng buộc quen thuộc về ngân sách. Điều này có nghĩa là doanh nghiệp chỉ có một khoảng thời gian cố định để sản xuất và vận chuyển hàng hóa theo hợp đồng.

Ứng dụng trong kinh tế vận tải, lời giải của bài toán sẽ giúp doanh nghiệp xây dựng phương án sản xuất và thời gian vận chuyển phù hợp để đạt lợi nhuận tốt nhất.

TẠP CHÍ KHOA HỌC CÔNG NGHỆ HÀNG HẢI
ISSN: 1859-316X
JOURNAL OF MARINE SCIENCE AND TECHNOLOGY

2.1. Xây dựng mô hình

Xét hai loại hàng hóa (j = 1,2) với hàm sản xuất dạng Cobb-Douglas:

$$F_j(K_j, T_j) = A_j K_j^{\alpha} T_j^{1-\alpha}$$

Trong đó: K_j là vốn và T_j là thời gian dành cho sản xuất, A_j là hệ số sản xuất, bao gồm các yếu tố còn lại dành cho sản xuất.

Hiệu quả sản xuất của doanh nghiệp là:

$$p_j A_j K_j^{\alpha} T_j^{1-\alpha} - \mathrm{r}K_j - \mathrm{w}T_j$$

Trong đó: p_j là giá của loại hàng j; r là lãi suất và w là tiền lương (tính trên một đơn vị thời gian).

Khi đưa hàng hóa đến với người tiêu dùng, mỗi đơn vị hàng j sẽ mất một thời gian là a_j. Giả sử số lượng hàng j được chuyển đi là x_j và hàm lợi ích là

$$\mathrm{u}(x_1, x_2) = \ln x_1 + \beta \ln x_2,$$

Trong đó: hệ số β thể hiện tỷ lệ ảnh hưởng của hai loại hàng hóa trên đối với hàm lợi ích.

Điều kiện về ngân sách:

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 \le r\bar{K} + wT \qquad (1)$$

Trong đó: $\bar{K}$ là tài sản vốn ban đầu của doanh nghiệp.

Tổng thời gian cả sản xuất và vận chuyển là $\bar{T}$. Khi đó điều kiện về thời gian là:

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + \mathrm{T} \le \bar{T}. \qquad (2)$$

Để toàn bộ hàng hóa đã sản xuất đều được sử dụng thì:

$$x_j = F_j(K_j, T_j);\ j = 1,2. \qquad (3)$$

Để toàn bộ vốn và thời gian đều được huy động hết thì:

$$K_1 + K_2 = \bar{K}, \qquad (4)$$

$$T_1 + T_2 = T. \qquad (5)$$

Bài toán đặt ra là doanh nghiệp tối ưu hóa sản xuất:

$$\max\{p_j A_j K_j^{\alpha} T_j^{1-\alpha} - \mathrm{r}K_j - \mathrm{w}T_j\} \qquad (6)$$

đồng thời đạt lợi ích lớn nhất:

$$\max\{\mathrm{u}(x_1, x_2)\} \qquad (7)$$

thỏa mãn các điều kiện về ngân sách và điều kiện về thời gian với các biến $x_1 > 0, x_2 > 0, K_1 \ge 0, K_2 \ge 0, T_1 \ge 0, T_2 \ge 0$.

2.2. Các kết quả có được từ mô hình

1. Điều kiện (1) tương đương với:

$$\frac{x_1}{A_1} + \frac{x_2}{A_2} \le \bar{K}^{\alpha} T^{1-\alpha} \qquad (8)$$

tức là ràng buộc về ngân sách không liên quan đến giá của hàng hóa mà chỉ phụ thuộc vào các yếu tố cấu thành nên sản xuất.

2. Tại trạng thái tối ưu, các bất đẳng thức (1) và (2) đều xảy ra dấu bằng, tức là doanh nghiệp tận dụng tối đa điều kiện về ngân sách và thời gian.

3. Bài toán trên có duy nhất nghiệm. Để tối ưu hóa sản xuất và lợi ích thì doanh nghiệp xác định tổng thời gian dành cho sản xuất T^* theo phương trình sau đây:

$$\frac{\beta_1}{T^{\alpha} + B_1} + \frac{\beta_2}{T^{\alpha} + B_2} = \frac{T^{1-\alpha}}{\alpha T + (1-\alpha)\bar{T}} \qquad (9)$$

ở đó:

$$B_j = (1-\alpha) a_j A_j \bar{K}^{\alpha};\ j = 1,2$$

$$\beta_1 = \frac{1}{1+\beta}; \qquad \beta_2 = \frac{\beta}{1+\beta}.$$

Nhận xét thấy kết quả tính T^* không phụ thuộc vào giá p_j, r và w.

4. Từ đó cũng xác định được số lượng hàng hóa cần sản xuất và chuyển đi: (j=1,2)

$$x_j^* = \frac{\beta_j A_j}{B_j + (T^*)^{\alpha}} [\alpha T^* + (1-\alpha)\bar{T}] \bar{K}^{\alpha}.$$

5. Thời gian dành cho sản xuất tương ứng: (j=1,2)

$$T_j^* = \frac{\beta_j}{B_j + (T^*)^{\alpha}} [\alpha T^* + (1-\alpha)\bar{T}] (T^*)^{\alpha}.$$

6. Nếu tham số β của hàm lợi ích thay đổi làm cho tổng thời gian dành cho sản xuất T^* giảm thì lương w tăng và lãi suất r giảm.

7. Khi hệ số thời gian vận chuyển tăng, nếu doanh nghiệp muốn đạt lợi ích lớn nhất thì tổng thời gian dành cho sản xuất phải giảm đi.

   Hơn nữa nếu hệ số a_j tăng, tức là thời gian vận chuyển mỗi đơn vị hàng hóa loại j tăng lên. Khi đó doanh nghiệp cần điều chỉnh giảm thời gian T_j là thời gian sản xuất loại hàng đó để đảm bảo giao hàng đúng hạn ($\bar{T}$ không đổi) và vẫn đạt lợi ích tối đa.

2.3. Tóm tắt quá trình chứng minh các kết quả trên

1. Xét hàm Lagrange cho bài toán (6). Các đạo hàm riêng cấp 1 cho kết quả:

$$p_j A_j \alpha K_j^{\alpha-1} T_j^{1-\alpha} = r,$$

$$p_j A_j (1-\alpha) K_j^{\alpha} T_j^{-\alpha} = w.$$

Chia hai phương trình trên cho nhau ta được:

$$\frac{(1-\alpha)K_j}{\alpha T_j} = \frac{w}{r}, \qquad \forall j = 1,2$$

Suy ra:

$$\frac{K_1}{T_1} = \frac{K_2}{T_2} = \frac{K_1 + K_2}{T_1 + T_2} = \frac{\bar{K}}{T} = \frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{w}{r} \qquad (10)$$

$$p_1 A_1 = p_2 A_2 = \frac{r^{\alpha} w^{1-\alpha}}{\alpha^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}}. \qquad (11)$$

Do đó:

$$\mathrm{r}\bar{K} + \mathrm{w}T = p_1A_1K_1^{\alpha}T_1^{1-\alpha} + p_2A_2K_2^{\alpha}T_2^{1-\alpha} = p_1A_1\bar{K}^{\alpha}T^{1-\alpha}.$$

Thay vào điều kiện (1) và chia cả hai vế cho $p_1A_1 = p_2A_2$ ta nhận được điều kiện (8).

2. Giả sử tại trạng thái tối ưu (2) không xảy ra dấu bằng. Ta có thể tăng T và x_1 sao cho cả hai điều kiện (1) và (2) đều thỏa mãn. Khi đó giá trị hàm lợi ích tăng, mâu thuẫn với giả thiết về tính tối ưu.

Nếu $T = 0$ thì $\bar{K}^{\alpha}T^{1-\alpha} = 0$, suy ra $x_1 = x_2 = 0$, mâu thuẫn vì $\bar{T} > 0$.

Còn nếu tại trạng thái tối ưu (1) không xảy ra dấu bằng. Vì $T > 0$ ta có thể giảm T một chút và tăng x_1 một chút sao cho cả hai điều kiện (1) và (2) đều thỏa mãn: mâu thuẫn.

3. Xét bài toán tối ưu hàm lợi ích. Các đạo hàm riêng cấp một của hàm Lagrange cho thấy: $(\lambda_2 > 0, \lambda_3 > 0)$

$$\frac{1}{x_1} = \lambda_2\frac{1}{A_1} + \lambda_3 a_1 \qquad (12)$$

$$\frac{\beta}{x_2} = \lambda_2\frac{1}{A_2} + \lambda_3 a_2 \qquad (13)$$

$$\lambda_3 = \lambda_2(1-\alpha)\bar{K}^{\alpha}T^{-\alpha} \qquad (14)$$

Suy ra:

$$1 + \beta = \lambda_2\left(\frac{x_1}{A_1} + \frac{x_2}{A_2}\right) + \lambda_2(1-\alpha)\bar{K}^{\alpha}T^{-\alpha}(a_1x_1 + a_2x_2).$$

Thay các điều kiện (8) và (2) vào đẳng thức trên để rút ra λ_2:

$$\frac{1}{\lambda_2} = \frac{1}{1+\beta}\bar{K}^{\alpha}T^{-\alpha}[\alpha T + (1-\alpha)\bar{T}]. \qquad (15)$$

Mặt khác, thay λ_3 từ (14) vào (12) và (13) ta được:

$$x_1 = \frac{1}{\lambda_2}\cdot\frac{A_1}{1 + (1-\alpha)\bar{K}^{\alpha}T^{-\alpha}a_1A_1}; \qquad (16)$$

$$x_2 = \frac{1}{\lambda_2}\cdot\frac{\beta A_2}{1 + (1-\alpha)\bar{K}^{\alpha}T^{-\alpha}a_2A_2}. \qquad (17)$$

Thay x_1, x_2 vào (8) ta nhận được phương trình (9). Xét hàm số $\mathrm{f}(T, B_1, B_2)$:

$$f = \frac{\beta_1}{T^{\alpha} + B_1} + \frac{\beta_2}{T^{\alpha} + B_2} - \frac{T^{1-\alpha}}{\alpha T + (1-\alpha)\bar{T}}$$

Có $f(0, B_1, B_2) > 0$ và $\mathrm{f}(\bar{T}, B_1, B_2) < 0$. Hơn nữa hàm f đơn điệu với T nên phương trình có duy nhất nghiệm $T^* = T(B_1, B_2) \in (0, \bar{T})$.

4. Từ (15), (16), (17) suy ra x_1^* và x_2^*.

5. Vì tất cả hàng sản xuất ra đều được sử dụng nên:

$$x_j = A_jK_j^{\alpha}T_j^{1-\alpha} = A_j\left(\frac{\bar{K}}{T}\right)^{\alpha}T_j$$

$$\Rightarrow T_j^* = \frac{x_j^*}{A_j\bar{K}^{\alpha}T^{-\alpha}}$$

Từ đó tính được T_1^* và T_2^*.

6. Từ các đẳng thức (10) và (11) có thể biểu diễn w và r theo T và $\bar{K}$ như sau:

$$\mathrm{w} = (1-\alpha)p_jA_j\left(\frac{\bar{K}}{T^*}\right)^{\alpha};$$

$$r = \alpha p_jA_j\left(\frac{T^*}{\bar{K}}\right)^{1-\alpha}.$$

Suy ra nếu T^* giảm thì w tăng và r giảm.

7. Xét biểu thức $f(T(B_1, B_2), B_1, B_2) = 0$ từ phương trình (9). Đạo hàm riêng theo B_1 cho thấy:

$$\left[\Delta + \frac{(1-\alpha)^2\bar{T}T^{1-2\alpha}}{(\alpha T + (1-\alpha)\bar{T})^2}\right]\frac{\partial T}{\partial B_1} = -\frac{\beta T^{1-\alpha}}{(T^{\alpha} + B_1)^2}$$

Từ (9) và sử dụng bất đẳng thức Cauchy-Schwarz:

$$\left(\frac{\alpha T^{1-\alpha}}{\alpha T + (1-\alpha)\bar{T}}\right)^2 = \left(\frac{\alpha\beta_1}{T^{\alpha} + B_1} + \frac{\alpha\beta_2}{T^{\alpha} + B_2}\right)^2$$

$$\leq \alpha\left(\frac{\alpha\beta_1}{(T^{\alpha} + B_1)^2} + \frac{\alpha\beta_2}{(T^{\alpha} + B_2)^2}\right)$$

$$\leq \frac{\alpha\beta_1}{(T^{\alpha} + B_1)^2} + \frac{\alpha\beta_2}{(T^{\alpha} + B_2)^2}$$

Suy ra : $\Delta > 0$. Do đó $\frac{\partial T}{\partial B_1} < 0$. Chứng minh tương tự ta cũng có: $\frac{\partial T}{\partial B_2} < 0$.

Vậy khi a_j tăng, B_j tăng, và T^* giảm. Hơn nữa từ biểu thức của T_1^* dễ thấy: nếu a_1 tăng thì T^* giảm và $T^{*-\alpha}a_1$ tăng, suy ra T_1^* giảm.

3. Tối ưu trong bài toán vận chuyển container đường biển

Trong vấn đề vận chuyển đường biển, bài toán tối ưu có thể liên quan đến những vấn đề sau đây:

- Tối ưu hóa việc sắp xếp các khoang trong quá trình đóng tàu;
- Tối ưu hóa quá trình vận chuyển container giữa các cảng;
- Tối ưu hóa quá trình vận chuyển từ cảng đến người nhận;
- Xác định lộ trình tối ưu của tàu giữa các cảng, sao cho đảm bảo mức độ tiêu thụ nhiên liệu thấp nhất;
- Tối ưu hóa tải tàu, sao cho mức độ ổn định của tàu cao nhất.

TẠP CHÍ ISSN: 1859-316X
KHOA HỌC CÔNG NGHỆ HÀNG HẢI
JOURNAL OF MARINE SCIENCE AND TECHNOLOGY

Sau đây là một ví dụ về việc tối ưu hóa vận chuyển container giữa các cảng.

Doanh nghiệp vận tải có 4 tàu container S1, S2, S3 và S4 với tải trọng lần lượt là 2600, 4200, 2100, 1100TEU. Cần phải lên kế hoạch để vận chuyển 10000 container từ Singapore tới 5 cảng của châu Âu P1, P2, P3, P4, P5 với số lượng tương ứng là 1800; 2100, 3100, 1800, 1100 TEU.

Bảng sau đây mô tả chi phí vận chuyển 1TEU container:

Bảng 1. Số liệu cho bài toán vận chuyển container

Tàu / Cảng	S1	S2	S3	S4	Số lượng cần vận chuyển
P1 Lisbon	500 USD	450 USD	640 USD	620 USD	**1800** TEU
P2 Le Havre	600 USD	540 USD	660 USD	690 USD	**2100** TEU
P3 Bremerhaven	700 USD	610 USD	710 USD	730 USD	**3100** TEU
P4 Gdansk	740 USD	735 USD	870 USD	810 USD	**1800** TEU
P5 St Petesburg	900 USD	890 USD	960 USD	930 USD	**1200** TEU
Tải trọng của tàu	**2600** TEU	**4200** TEU	**2100** TEU	**1100** TEU	

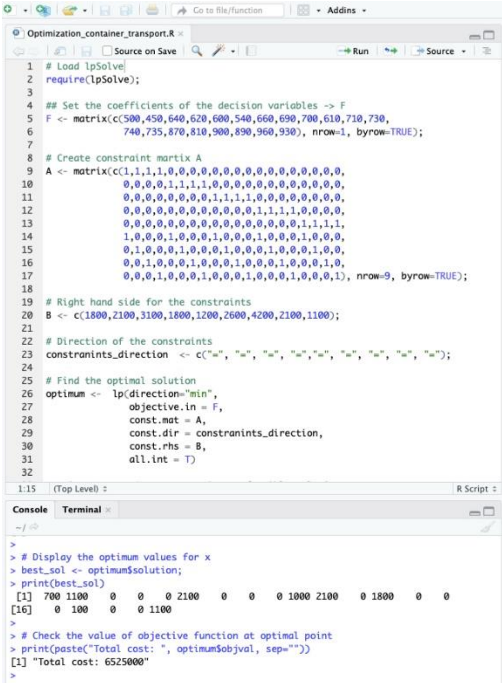
Gọi số lượng container mà tàu S*j* (*j* = 1, 2, 3, 4) vận chuyển tới cảng P*i* (*i* = 1, 2, 3, 4, 5) là x_{ij} (TEU). Khi đó tổng chi phí vận chuyển là:

$$\begin{aligned}\mathrm{F}(x) = {} & 500x_{11} + 450x_{12} + 640x_{13} + 620x_{14} \\ & + 600x_{21} + 540x_{22} + 660x_{23} + 690x_{24} \\ & + 700x_{31} + 610x_{32} + 710x_{33} + 730x_{34} \\ & + 740x_{41} + 735x_{42} + 870x_{43} + 810x_{44} \\ & + 900x_{51} + 890x_{52} + 960x_{53} + 930x_{54}.\end{aligned}$$

Cần giải bài toán chi phí tối thiểu, tức là: $\min \mathrm{F}(x)$ thỏa mãn điều kiện:

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} &= 1800 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} &= 2100 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} &= 3100 \\ x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} &= 1800 \\ x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{54} &= 1200 \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} + x_{51} &= 2600 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} + x_{52} &= 4200 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} + x_{53} &= 2100 \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} + x_{54} &= 1100 \end{aligned}$$

$x_{ij} \geq 0, \forall i = \overline{(1,5)}, \mathrm{j} = \overline{(1,4)}.$



```
# Load lpSolve
require(lpSolve);

## Set the coefficients of the decision variables -> F
F <- matrix(c(500,450,640,620,600,540,660,690,700,610,710,730,
              740,735,870,810,900,890,960,930), nrow=1, byrow=TRUE);

# Create constraint martix A
A <- matrix(c(1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
              0,0,0,0,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
              0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,
              0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,1,1,0,0,0,0,
              0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,1,1,
              1,0,0,0,1,0,0,0,1,0,0,0,1,0,0,0,1,0,0,0,
              0,1,0,0,0,1,0,0,0,1,0,0,0,1,0,0,0,1,0,0,
              0,0,1,0,0,0,1,0,0,0,1,0,0,0,1,0,0,0,1,0,
              0,0,0,1,0,0,0,1,0,0,0,1,0,0,0,1,0,0,0,1), nrow=9, byrow=TRUE);

# Right hand side for the constraints
B <- c(1800,2100,3100,1800,1200,2600,4200,2100,1100);

# Direction of the constraints
constranints_direction  <- c("=", "=", "=", "=","=", "=", "=", "=", "=");

# Find the optimal solution
optimum <-  lp(direction="min",
               objective.in = F,
               const.mat = A,
               const.dir = constranints_direction,
               const.rhs = B,
               all.int = T)

>
> # Display the optimum values for x
> best_sol <- optimum$solution;
> print(best_sol)
 [1]  700 1100    0    0    0 2100    0    0    0 1000 2100    0 1800    0    0
[16]    0  100    0    0 1100
>
> # Check the value of objective function at optimal point
> print(paste("Total cost: ", optimum$objval, sep=""))
[1] "Total cost: 6525000"
>
```

Hình 1. Code R cho bài toán tối ưu tuyến tính

Phương án tối ưu cho bài toán này là:

$x_{11}^* = 700;\ x_{12}^* = 1100; x_{13}^* = 0; x_{14}^* = 0;$

$x_{21}^* = 0;\ x_{22}^* = 2100; x_{23}^* = 0; x_{24}^* = 0;$

$x_{31}^* = 0;\ x_{32}^* = 1000; x_{33}^* = 2100; x_{34}^* = 0;$

$x_{41}^* = 1800;\ x_{42}^* = 0; x_{43}^* = 0; x_{44}^* = 0;$

$x_{51}^* = 100;\ x_{52}^* = 0; x_{53}^* = 0; x_{54}^* = 1100.$

Chi phí vận chuyển khi đó bằng:

$F^*(x) = 6525000\mathrm{USD}.$

Bảng 2. Phương án vận chuyển container

Tàu / Cảng	S1	S2	S3	S4	Số lượng container đến cảng
P1 Lisbon	700	1100			**1800** TEU
P2 Le Havre		2100			**2100** TEU
P3 Bremerhaven		1000	2100		**3100** TEU
P4 Gdansk	1800				**1800** TEU
P5 St Petesburg	100			1100	**1200** TEU
Tải trọng của tàu	**2600** TEU	**4200** TEU	**2100** TEU	**1100** TEU	

Cần lưu ý rằng, mặc dù thu thập dữ liệu từ tài liệu [4], tuy nhiên với cách xây dựng và giải quyết bài toán tối ưu như trên, kết quả nhận được từ mô hình này tỏ ra ưu việt hơn hẳn so với bài báo gốc.

4. Kết luận

Bằng cách sử dụng các công cụ toán học lý thuyết và công cụ phần mềm mô phỏng, bài báo đã xây dựng và giải quyết hai bài toán tối ưu trong kinh tế. Các kết quả trên còn có thể được mở rộng theo nhiều hướng nghiên cứu khả thi. Chẳng hạn mô hình thứ nhất có thể mở rộng cho bài toán cân bằng tổng quát với nhiều doanh nghiệp tham gia, hoặc bài toán kinh tế nhiều thời điểm. Mô hình thứ hai có thể được xem xét cùng với bài toán logistic, kết hợp giữa vận chuyển đường biển và vận chuyển từ cảng đến người tiêu dùng.

Lời cảm ơn

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Trường Đại học Hàng hải Việt Nam trong đề tài mã số **DT20-21.90**.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. Andreu Mas-Collel, Michael D. Whinston, Jerry R. Green, *Microeconomic Theory*, Oxfort University Press, 1995.

[2]. Binh Tran-Nam, Makoto Tawada, Masayuki Okawa, *Recent Developments in Normative Trade Theory and Welfare Economics,* Springer Singapore, 2018.

[3]. Cuong Le-Van, Rose-Anne Dana, *Dynamic Programming in Economics,* Springer US, 2003.

[4]. Józef Lisowski, *Optimization methods in maritime transport and logistics*, Polish Maritime research 4 (100), Vol.25, pp.30-38. 2018.

[5]. Nguyễn Hữu Hùng, *Giáo trình kinh tế vận tải đường biển*, NXB Hàng hải, 2014.

Ngày nhận bài: 05/5/2021
Ngày nhận bản sửa: 17/5/2021
Ngày duyệt đăng: 25/5/2021